



Zakres treści obowiązujących na egzaminie wstępnym

Matematyka

Uniwersytet SWPS

25 lipca 2025

Poniżej znajdują się tematy obowiązujące na egzaminie wstępnym z matematyki na Uniwersytet SWPS.

1 Introduction

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Liczby rzeczywiste

1. wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
2. przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż:
 - (a) dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,
 - (b) dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;
3. stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
4. stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
5. stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $a^x < a^y$, zaś gdy $x < y$ i $0 < a < 1$, to $a^x > a^y$;
6. posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
7. stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu:

$$|x + 4| = 5, \quad |x - 2| < 3, \quad |x + 3| \geq 4;$$

8. wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;
9. stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

II. Wyrażenia algebraiczne

1. stosuje wzory skróconego mnożenia na:

$$(a+b)^2, \quad (a-b)^2, \quad a^2-b^2, \quad (a+b)^3, \quad (a-b)^3, \quad a^3-b^3, \quad a^n-b^n;$$

2. dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
3. wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;
4. rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż:

$$\text{rozkład wielomianu } W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3};$$

5. znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;
6. dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;
7. mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
8. dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż:

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \quad \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}.$$

III. Równania i nierówności

1. przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
2. interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
3. rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
4. rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
5. rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
6. rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
7. rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

IV. Układy równań

1. rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
2. stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
3. rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, postaci:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$$

V. Funkcje

1. określa funkcję jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
2. oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
3. odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
4. odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
5. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
6. wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
7. szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
8. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);
9. wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
10. wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;

11. wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
12. na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
13. posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
14. posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.

VI. Ciągi

1. oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
2. oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie, jak w przykładach:

(a)

$$\begin{cases} a_1 = 0,001 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}a_n(1 - a_n) \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$$

3. w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
4. sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
5. stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
6. stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
7. wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

VII. Trygonometria

1. wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
2. znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;
3. znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
4. korzysta ze wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;
5. stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$;
6. oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

VIII. Planimetria

1. wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
2. rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
3. rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
4. korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;
5. stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
6. stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
7. stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;
8. korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
9. wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
10. wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;

11. stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;
12. przeprowadza dowody geometryczne.

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej

1. rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;
2. posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);
3. oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
4. posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$;
5. oblicza odległość punktu od prostej;
6. znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
7. wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).

X. Stereometria

1. rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;
2. posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
3. rozpoznaje w graniastolupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
4. rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
5. określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
6. oblicza objętości i pola powierzchni graniastolupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
7. wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Zakres podstawowy. Uczeń:

1. oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;
2. stosuje skalę centylową;
3. oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;
4. oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;
5. oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.

XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy

Uczeń rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Materiał bazuje na: https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/podstawa_programowa/matematyka.pdf